

Opakování 8. ročníku

jméno:

třída:

Řešení : sedovamatika.cz

„Některé z příkladů použité v tomto pdf jsou převzaty z materiálů Cermatu (www.cermat.cz), které slouží jako příklady pro přijímací zkoušky a testy.“

aktualizováno: 20. 10. 2025

Mocniny 4 – Číselný výraz s mocninami

$$-2 \cdot 1^2 = -2 \cdot 1 = -2$$

$$-2 \cdot 5^2 = -2 \cdot 25 = -50$$

$$3^2 - 5^2 = 9 - 25 = -16$$

$$(-7)^2 - (-4^2) = 49 - (-16) = 49 + 16 = 65$$

$(-7)(-7) = 49$

$$(-8)^2 : (-4)^2 = 64 : 16 = 4$$

$$(-8)^2 : (-4^2) = 64 : (-16) = -4$$

$$-7^2 - (-4)^2 = -49 - 16 = -65$$

$$-8^2 : (-4^2) = -64 : (-16) = 4$$

cermat:

$$1 : 0,2^2 = 1 : 0,04 = 100 : 4 = 25$$

posuneme čárku

$$(-6)^2 - 3 \cdot (-3) = 36 + 9 = 45$$

$$(-0,4)^2 + 0,3^2 = 0,16 + 0,09 = 0,25$$

$$1,5^2 - 0,3^2 = 2,25 - 0,09 = 2,16$$

$$\left(\frac{3}{5} - 1\right)^2 = \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{5}\right)^2 = \left(\frac{-2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

→ vyřešíme závorku

$$\frac{8^2 + 6^2}{10^2} = \frac{64 + 36}{100} = \frac{100}{100} = 1$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right)^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{1}{9} - \frac{2}{3} = \frac{1}{9} - \frac{6}{9} = -\frac{5}{9}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \rightarrow \text{nepřímě vyřešíme závorku!}$$

$$\left(\frac{4}{5} - \frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{12}{15} - \frac{20}{15}\right)^2 = \left(\frac{-8}{15}\right)^2 = \frac{64}{225}$$

$$1 - \sqrt{\frac{25}{64}} = 1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\sqrt{4 \cdot 0,25} = \sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{1^2 - 0,6^2} = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

→ nemůžeme odčinit zvlášť
≠ 1 - 0,6

$$0,5 : 0,5^2 = 0,5 : 0,25 = 2$$

50 : 25 = 2

$$\sqrt{10^2 \cdot 0,0025} = \sqrt{100 \cdot 0,0025} = \sqrt{0,25} = 0,5$$

$$\sqrt{14,4 : 0,001} = \sqrt{14400} = 120$$

14400 : 1 = 14400

$$\frac{0,3^2}{0,1} : 0,01 = \frac{0,09}{0,1} : 0,01 = \frac{9}{10} : \frac{1}{100} = \frac{9}{10} \cdot \frac{100}{1} = 90$$

takto zložit
→ 0,09 : 0,1 = 0,9 → 0,9 : 0,01 = 90
0,9 : 1 90 : 1

$$\frac{1 - \frac{1}{3}}{-6^2} = \frac{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}}{-36} = \frac{\frac{2}{3}}{-36} = \frac{2}{3} : (-36) = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{36} = -\frac{1}{54}$$

Mocniny 5 – Číselný výraz s mocninami

$$\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$$

$$1) \quad \frac{7^2 - \sqrt{7^2}}{\sqrt{49}} = \frac{49 - 7}{7} = \frac{42}{7} = 6$$

$$2) \quad \frac{\frac{5}{2} - \frac{2}{5}}{(-7)^2} = \frac{\frac{25}{10} - \frac{4}{10}}{49} = \frac{\frac{21}{10}}{49} = \frac{21}{10} \cdot \frac{1}{49} = \frac{21}{10} \cdot \frac{1}{7 \cdot 7} = \frac{3}{70}$$

$$3) \quad (-3)^2 - 5^2 - 4 \cdot (-4) = 9 - 25 + 16 = 0$$

$$4) \quad \sqrt{(-5)^2} - 3^2 = \sqrt{25} - 3^2 = 5 - 9 = -4$$

$$5) \quad \sqrt{1,3^2 - 1,2^2} = \sqrt{1,69 - 1,44} = \sqrt{0,25} = 0,5$$

$\neq 1,3 - 1,2$!

$$6) \quad \sqrt{(40 : 0,1)} - 0,5 : 0,1 = \sqrt{400} - 5 : 1 = 20 - 5 = 15$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $400 : 1 = 400$ $5 : 1 = 5$

$$7) \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right)^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

$$8) \quad 0,005 \cdot 100 - 1,2 : 0,02 = 0,005 \cdot 100 - 1,2 : 0,02 = 0,5 - 60 = -59,5$$

$\hookrightarrow 120 : 2 = 60$

$$9) \quad \frac{-8^2 + (-7)^2}{(5-2)^2} = \frac{-64 + 49}{(3)^2} = \frac{-15}{9} = -\frac{5}{3}$$

$\downarrow$
 vykrátit

$$10) \quad \frac{(3-2)^2}{5^2 \cdot 6 - 12^2} = \frac{1^2}{25 \cdot 6 - 144} = \frac{1}{150 - 144} = \frac{1}{6}$$

$$11) \quad \sqrt{\frac{16}{0,1}} + 9 = \sqrt{160 + 9} = \sqrt{169} = 13$$

$\text{zobnovit se dělením}$
 $\hookrightarrow 16 : 0,1 = 160 : 1 = 160$

$$12) \quad 100 + 1 : \sqrt{6400 + 60^2} = 100 + 1 : \sqrt{6400 + 3600} = 100 + 1 : \sqrt{10000} = 100 + 1 : 100 = 100 + 0,01 = 100,01$$

Mocniny 8 – Číselný výraz s mocninami

$$1) \frac{-5^2 + (-6)^2}{[15^2 - (-3-11)^2]} = \frac{-25 + 36}{225 - 196} = \frac{11}{29}$$

$$2) \frac{2 \cdot [3 - (1^2 - 4^2)]}{4 \cdot [-20 + (1-4)^2]} = \frac{2 \cdot [3 - (1 - 16)]}{4 \cdot [-20 + (-3)^2]} = \frac{2 \cdot [3 + 15]}{4 \cdot [-20 + 9]} = \frac{2 \cdot 18}{4 \cdot (-11)} = \frac{18}{2 \cdot (-11)} = -\frac{9}{11}$$

$$3) \frac{[2 \cdot (13^2 - 167)^2]}{(2 \cdot 3)^2} = \frac{[2 \cdot (169 - 167)^2]}{6^2} = \frac{[2 \cdot 4]^2}{36} = \frac{16}{36} = \frac{16}{9}$$

$$4) \frac{\sqrt{82-18} - \sqrt{97-16}}{(\sqrt{121} - \sqrt{49})^2} = \frac{\sqrt{64} - \sqrt{81}}{(11-7)^2} = \frac{8-9}{4^2} = -\frac{1}{16}$$

$$5) 3 \cdot \sqrt{\frac{1}{36}} - \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{16}{144}} = 3 \cdot \frac{1}{6} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$6) \frac{-7^2 \cdot 2 + 8^2 + 2^2 - 2}{(-2)^2 - 6^2} = \frac{-49 \cdot 2 + 64 + 4 - 2}{4 - 36} = \frac{-98 + 66}{-32} = \frac{-32}{-32} = 1$$

→ Na konec

$$7) \left[\frac{5^2}{11} - \frac{3^2}{11} + \left(-\frac{144}{12^2} \right) \right]^2 = \left[\frac{25}{11} - \frac{9}{11} - \frac{144}{144} \right]^2 = \left[\frac{16}{11} - 1 \right]^2 = \left[\frac{16}{11} - \frac{11}{11} \right]^2 = \left[\frac{5}{11} \right]^2 = \frac{25}{121}$$

$$8) \frac{2\sqrt{49} - (-3)^2}{\sqrt{58} - (-2-1)^2} = \frac{2 \cdot 7 - 9}{\sqrt{58} - (-3)^2} = \frac{14-9}{\sqrt{58}-9} = \frac{5}{149} = \frac{5}{7}$$

$$9) \frac{\left(-\frac{1}{8} \right)^2}{\left(\frac{3}{\sqrt{9}} \right)^2} = \frac{\left(-\frac{1}{2} \right)^2}{\left(\frac{3}{3} \right)^2} = \frac{\left(-\frac{1}{2} \right)^2}{(1)^2} = \frac{\frac{1}{4}}{1} = \frac{1}{4}$$

$$10) 25,6 : 0,2 - 10^2 \cdot 0,029 = 128 - 2,9 = 125,1$$

$$\rightarrow 256 : 2 = 128$$

$$\begin{array}{r} 128,0 \\ - 2,9 \\ \hline 125,1 \end{array}$$

Mocniny 11 – Základní výpočet Pythagorovy věty
Dopočítej chybějící stranu přes Pythagorovu větu

1)

$$a = 4 \text{ cm}$$

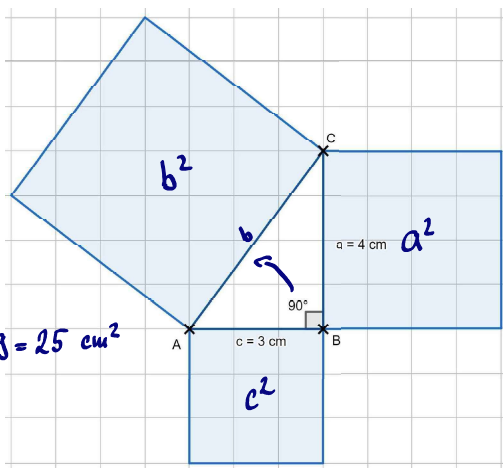
$$b =$$

$$c = 3 \text{ cm}$$

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$b^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \text{ cm}^2$$

$$b = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$



2)

$$a = 10 \text{ cm}$$

$$b =$$

$$c = 6 \text{ cm}$$

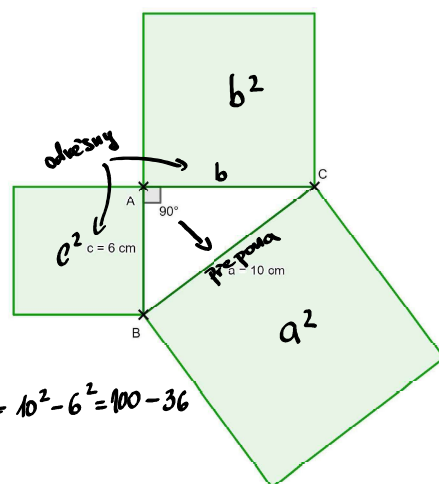
$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 - c^2 = b^2$$

$$\hookrightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36$$

$$b^2 = 64$$

$$b = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$



3)

$$a = 15 \text{ cm}$$

$$b = 12 \text{ cm}$$

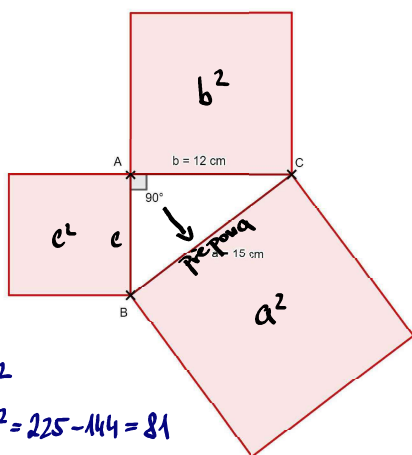
$$c =$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$\hookrightarrow c^2 = a^2 - b^2$$

$$c^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$$

$$c = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$$



4)

$$a = 12 \text{ cm}$$

$$b =$$

$$c = 13 \text{ cm}$$

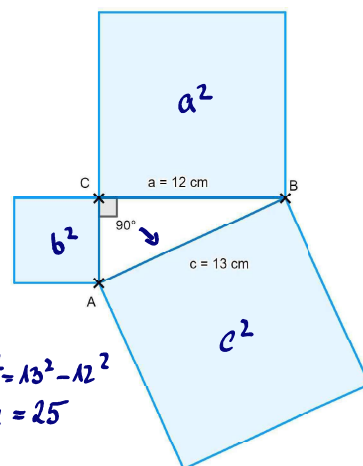
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\hookrightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 13^2 - 12^2$$

$$169 - 144 = 25$$

$$b^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$b = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$



5)

$$a = 1,5 \text{ cm}$$

$$b =$$

$$c = 2,5 \text{ cm}$$

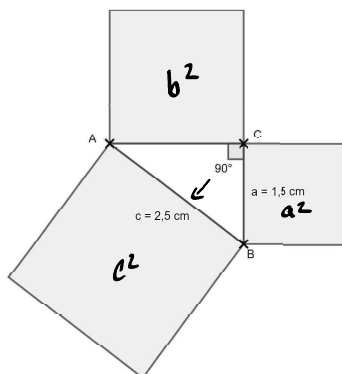
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2 = 2,5^2 - 1,5^2$$

$$6,25 - 2,25 = 4$$

$$b = \sqrt{4} = 2 \text{ cm}$$

$$\begin{array}{r} 2,5 \\ 2,5 \\ \hline 5,0 \\ 6,25 \end{array}$$



6)

$$a = 16 \text{ cm}$$

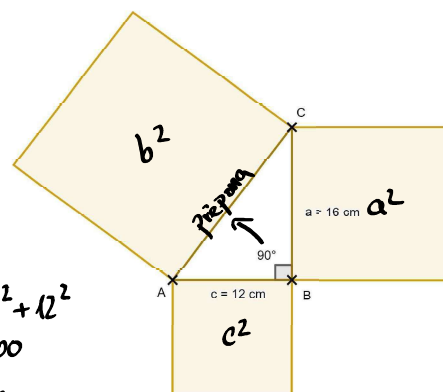
$$b =$$

$$c = 12 \text{ cm}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 = 16^2 + 12^2$$

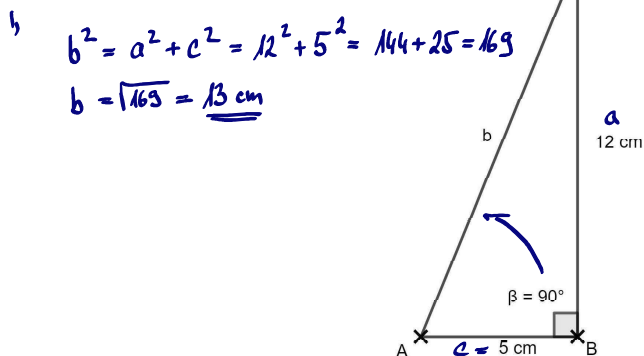
$$256 + 144 = 400$$

$$b = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$$

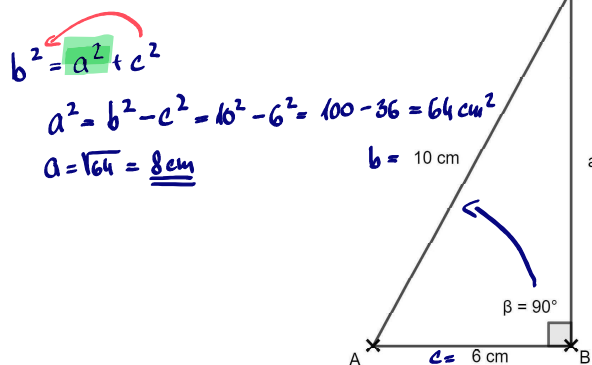


Mocniny 13 – Pythagorova věta (bez kalkulačky)

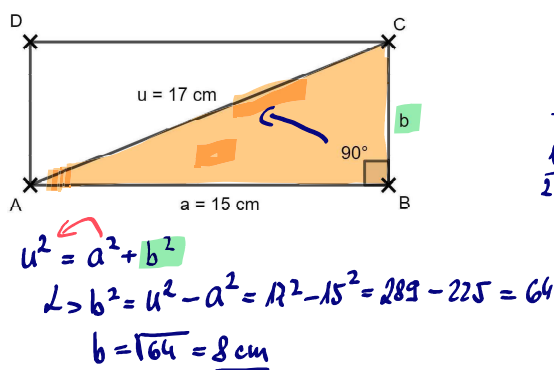
1) Dopočítej stranu b.



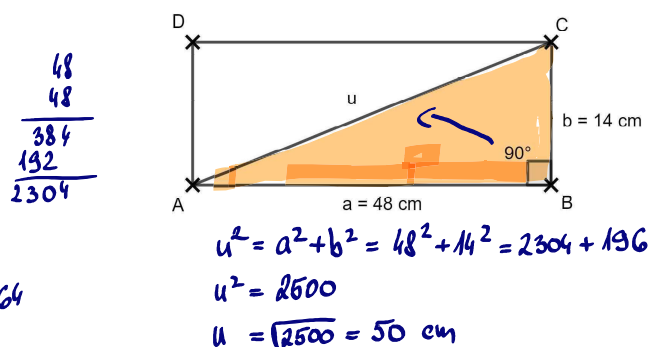
2) Dopočítej stranu a.



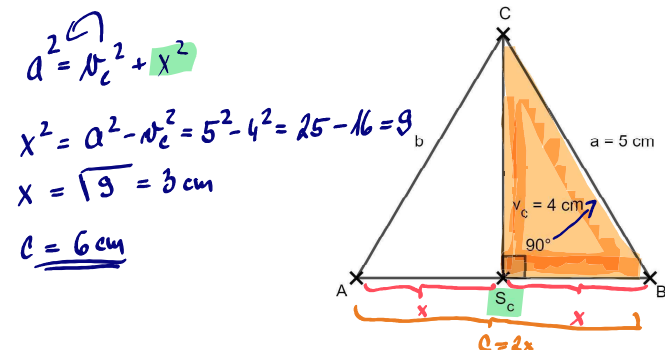
3) Dopočítej stranu b.



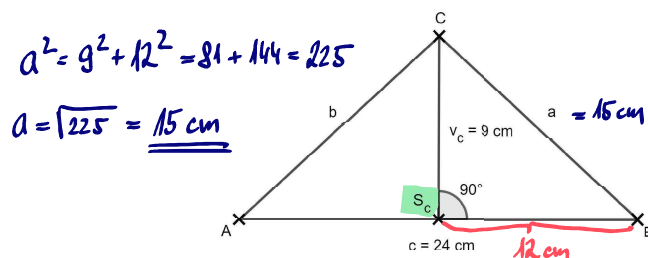
4) Dopočítej úhlopříčku u.



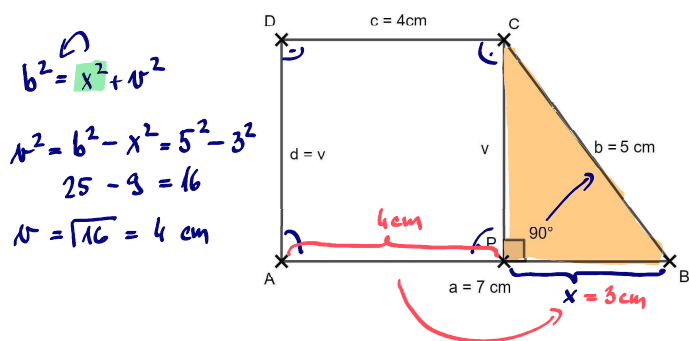
5) Dopočítej stranu c v rovnoramenném trojúhelníku.



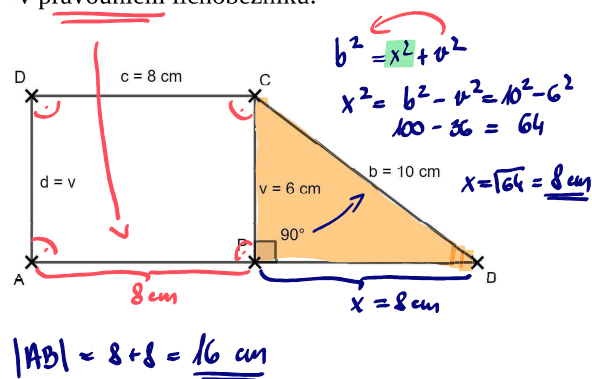
6) Dopočítej stranu a v rovnoramenném trojúhelníku.



7) Dopočítej výšku v pravoúhlém lichoběžníku.

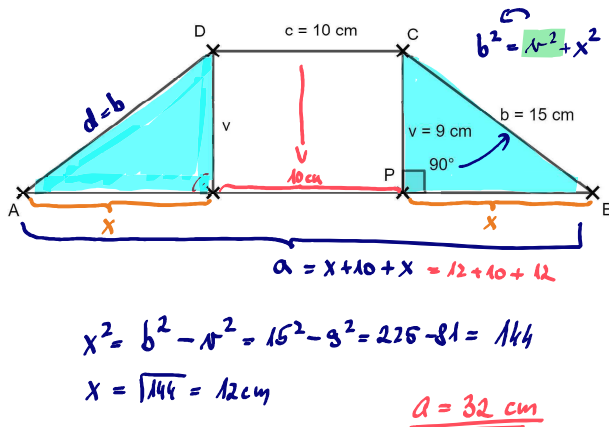


8) Dopočítej ^{základnu} v pravoúhlém lichoběžníku.

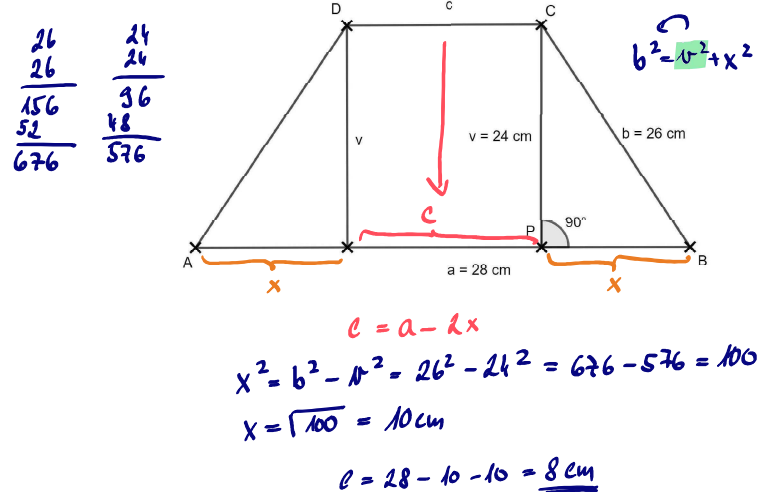


Mocniny 14 – Pythagorova věta (bez kalkulačky)

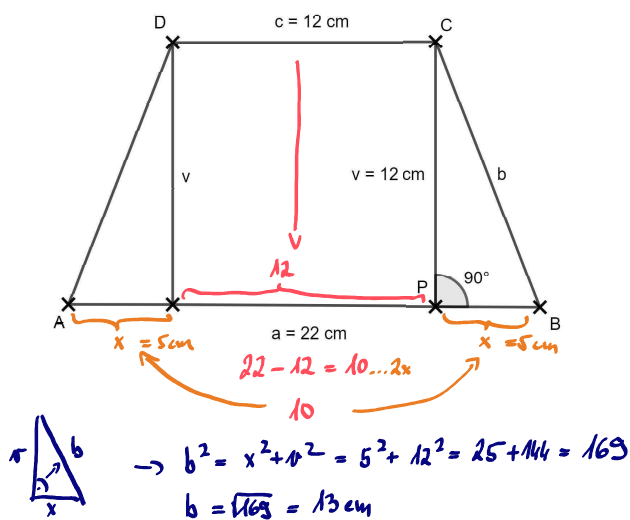
1) Vypočítej stranu a v rovnoramenném lichoběžníku.



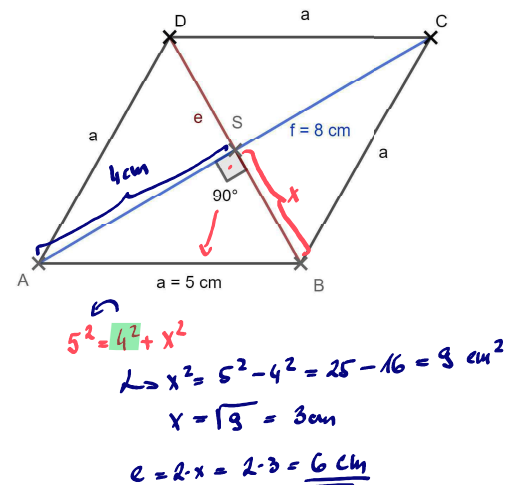
2) Dopočítej stranu c v rovnoramenném lichoběžníku.



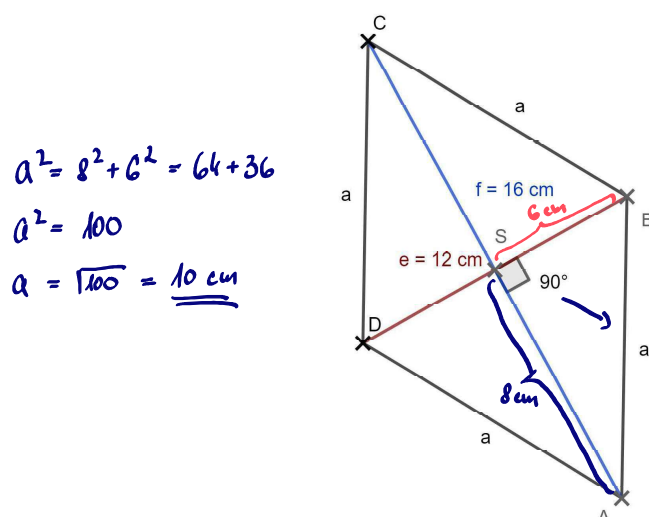
3) Dopočítej stranu b v rovnoramenném lichoběžníku.



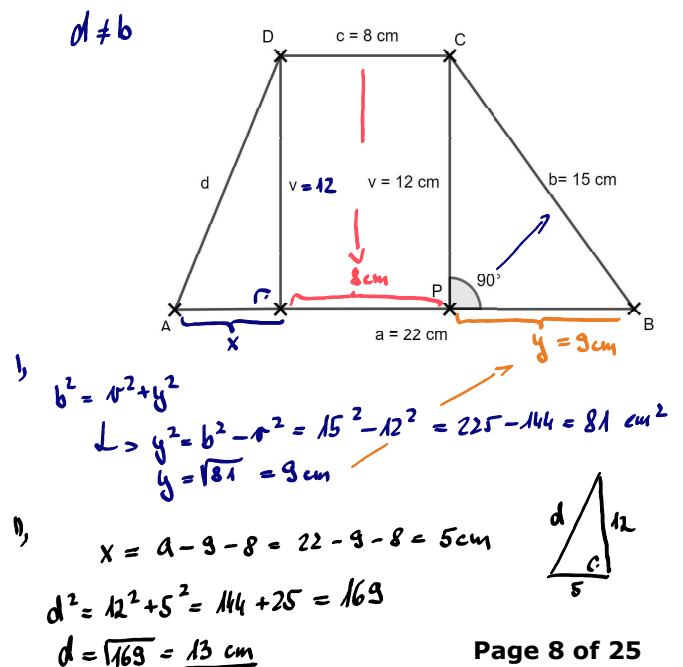
4) Dopočítej úhlopříčku e v kosočtverci.



5) Dopočítej stranu a v kosočtverci.



6) Dopočítej stranu d v obecném lichoběžníku



Pythagorova věta 8 (bez kalkulačky)

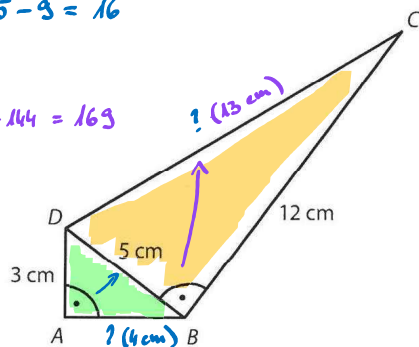
1) Vypočítej obvod čtyřúhelníku ABCD. (cermat)

$$|AB|^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$|AB| = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$|CD|^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

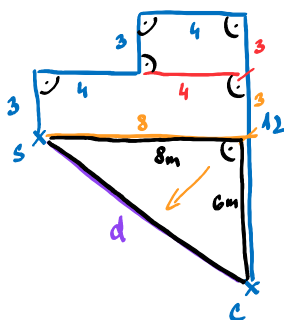
$$|CD| = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$



$$O = 13 + 12 + 4 + 3$$

$$O = \underline{\underline{32 \text{ cm}}}$$

3) Ema šla bludištěm, které má na sebe kolmé chodby. Po 3 metrech od startu zahrnula doprava, po 4 metrech doleva, po 3 metrech doprava, po 4 metrech doprava, po 12 metrech se zastavila aby se zamyslela. Jak daleko je přímou čarou od startu?



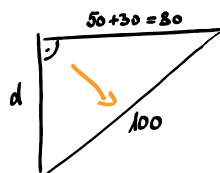
$$d^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36$$

$$d^2 = 100$$

$$d = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

O: Je to vzdálenost: 10 m od startu

2) Jirka prošel celý okruh stejně dlouhými kroky a do plánu si zaznamenal jejich počet na prvních čtyřech úsecích. Kolika kroky prošel Jirka poslední úsek okruhu? (Cermat 2025)



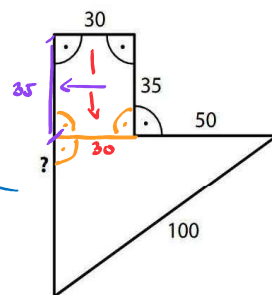
$$d^2 = 100^2 - 80^2 = 10000 - 6400$$

$$d^2 = 3600$$

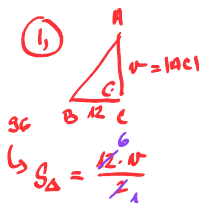
$$d = \sqrt{36 \cdot 100} = 60 \text{ kroků}$$

$$? = 60 + 35 = \underline{\underline{95 \text{ kroků}}}$$

O: Poslední úsek měl 95 kroků



4) Obsah pravoúhlého trojúhelníku ABC je 96 cm². Délka odvěsny BC je 12 cm. Jakou délku má strana AB? (Cermat)

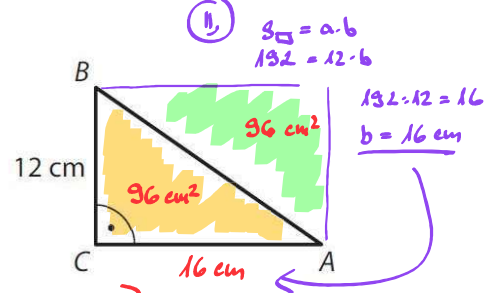


$$96 = \frac{12 \cdot a}{2}$$

$$96 = 6 \cdot a$$

$$a = 96 : 6$$

$$a = 16$$



$$|AB|^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256$$

$$|AB|^2 = 400$$

$$|AB| = \sqrt{400} = \underline{\underline{20 \text{ cm}}}$$

5) Domeček na obrázku je složen ze čtverce a pravoúhlého trojúhelníku. Vypočítej obsah domečku. (cermat)

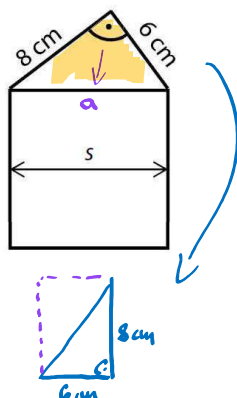
$$a^2 = 8^2 + 6^2$$

$$\hookrightarrow a = 10 \text{ cm}$$

$$S_{\square} = a^2 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$S_{\Delta} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

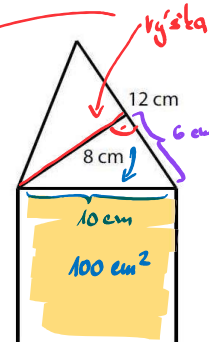
O: Domeček má obsah 124 cm²



6) Nakreslený domeček se skládá ze čtverce a rovnoramenného trojúhelníku. Základna rovnoramenného trojúhelníku měří 12 cm a výška na základnu 8 cm. Vypočítej obsah domečku. (Cermat)

$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot a}{2} = \frac{8 \cdot 12}{2} = 48 \text{ cm}^2$$

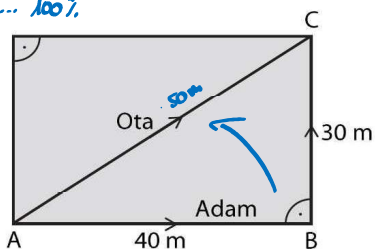
O: Obsah celého domečku je 148 cm².



Pythagorova věta 10

1) Adam a Ota jdou z místa A do místa C. Každý jde jinou cestou tak, jak je vyznačeno na obrázku. O kolik procent je Adamova cesta delší, než cesta kterou jde Ota? (Cermat 2024)

$$\begin{aligned} O^2 &= 40^2 + 30^2 \\ O^2 &= 1600 + 900 = 2500 \\ O &= \sqrt{2500} = 50 \text{ m} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \uparrow 100\% \dots 50 \text{ m} \uparrow \\ X \dots 70 \text{ m} \end{aligned}$$

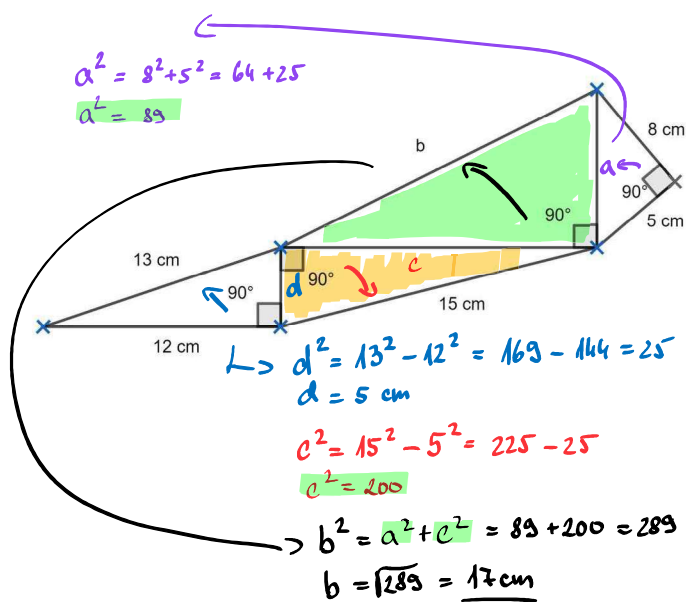
$$L \rightarrow \frac{X}{100} = \frac{70}{50}$$

$$L \rightarrow X = \frac{70}{50} \cdot 100 = 140\%$$

O: Adam ušel o 40%, více než Ota.

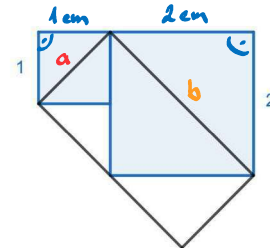
3) Dopačítej stranu b.

(rada: mezi výpočty nemusíš odmocňovat)



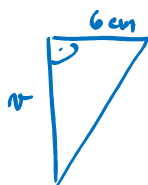
2) Strany obdélníku jsou tvořeny úhlopříčkami dvou čtverců, jejichž délky stran jsou 1 cm a 2 cm. Vypočítej obsah obdélníku. (přijímačky 2001)

$$\begin{aligned} a^2 &= 1^2 + 1^2 = 2 \\ a &= \sqrt{2} \\ b^2 &= 2^2 + 2^2 = 8 \\ b &= \sqrt{8} \end{aligned}$$



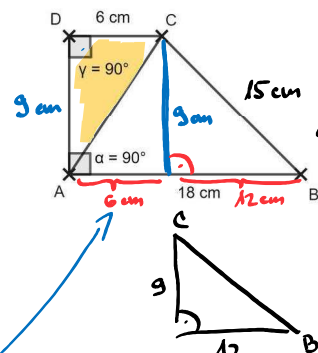
$$S_{\square} = a \cdot b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}^2$$

4) Obsah trojúhelníku ACD je 27 cm². Vypočítejte obvod pravoúhlého lichoběžníku ABCD.



$$S = \frac{a \cdot v}{2}$$

$$\begin{aligned} L \rightarrow 27 &= \frac{6 \cdot v}{2} \\ 27 &= 3v \\ v &= 9 \end{aligned}$$



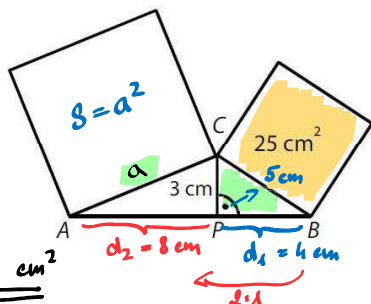
$$\begin{aligned} |BC|^2 &= 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 \\ |BC| &= \sqrt{225} = 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$O = 18 + 15 + 6 + 9 = 48 \text{ cm}$$

5) Pata P výšky v_c dělí stranu AB v poměru 2 : 1.

Vypočítej obsah čtverce sestaveného nad stranou AC. (Cermat)

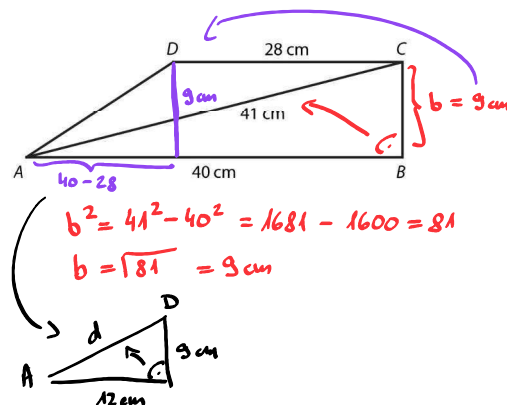
$$\begin{aligned} d_1^2 &= 5^2 - 3^2 = 16 \\ d_1 &= \sqrt{16} = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$



$$S_{\square} = a^2 = 8^2 + 3^2 = 64 + 9 = 73 \text{ cm}^2$$

6) Pravoúhlý lichoběžník ABCD se základnami AB a CD má pravý úhel při vrcholu B. Vypočítej podle obrázku délku strany AD. (Cermat 2024)

$$\begin{aligned} 41 \\ 41 \\ 41 \\ 164 \\ 1681 \end{aligned}$$



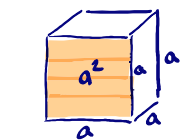
$$\begin{aligned} b^2 &= 41^2 - 40^2 = 1681 - 1600 = 81 \\ b &= \sqrt{81} = 9 \text{ cm} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} d^2 &= 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225 \\ d &= \sqrt{225} = 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Mocniny 23 - Třetí mocnina a odmocnina (kalkulačka)

1) Vypočítejte povrch a objem krychle s hranou délky 5 cm.



$$V = a \cdot a \cdot a = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ cm}^3$$

$$S = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot 5 \cdot 5 = 150 \text{ cm}^2$$

$$V = a^3$$

$$S = 6 \cdot a^2$$

3) Vypočítejte povrch a objem krychle s hranou délky 2,4 cm.

$$V = a^3 = 2,4^3 = 13,824 \text{ cm}^3$$

$$S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 2,4^2 = 34,56 \text{ cm}^2$$

5) Vypočítejte povrch krychle, když její objem je 27 cm³.

$$V = 27 = a^3$$

$$\hookrightarrow a = \sqrt[3]{27} = 3 \text{ cm}$$

$$S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 3^2 = 54 \text{ cm}^2$$

7) Vypočítejte povrch krychle, když její objem je 343 cm³.

$$V = 343 \text{ cm}^3 = a^3$$

$$\hookrightarrow a = \sqrt[3]{343} = 7 \text{ cm}$$

$$S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 7^2 = 6 \cdot 49 = 294 \text{ cm}^2$$

9) Vypočítejte povrch krychle, když její objem je 1728 dm³.

$$V = a^3 = 1728 \text{ dm}^3$$

$$\hookrightarrow a = \sqrt[3]{1728} = 12 \text{ dm}$$

$$S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 12^2 = 6 \cdot 144 = 864 \text{ dm}^2$$

11) Vypočítejte povrch krychle, když její objem je 2744 m³.

$$V = a^3 = 2744 \text{ m}^3$$

$$\hookrightarrow a = \sqrt[3]{2744} = 14 \text{ m}$$

$$S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 14^2 = 6 \cdot 196 = 1176 \text{ m}^2$$

2) Vypočítejte povrch a objem krychle s hranou délky 7 cm.

$$V = a^3 = 7^3 = 343 \text{ cm}^3$$

$$S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 7^2 = 6 \cdot 49 = 294 \text{ cm}^2$$

4) Vypočítejte povrch a objem krychle s hranou délky 11 cm.

$$V = 11^3 = 1331 \text{ cm}^3$$

$$S = 6 \cdot 11^2 = 6 \cdot 121 = 726 \text{ cm}^2$$

6) Vypočítejte objem krychle, když její povrch je 24 m².

$$S = 24 \text{ cm}^2 \dots 6 \text{ stěn}$$

$$\hookrightarrow S_{\text{stěny}} = 24 : 6 = 4 \text{ m}^2 = a^2$$

$$\hookrightarrow a = \sqrt{4} = 2 \text{ m}$$

$$V = a^3 = 2^3 = 8 \text{ m}^3$$



8) Vypočítejte objem krychle, když její povrch je 96 dm².

$$S = 96 \text{ dm}^2 \dots 6 \text{ stěn}$$

$$S_{\text{stěny}} = 96 : 6 = 16 = a^2$$

$$a = \sqrt{16} = 4 \text{ dm}$$

$$V = 4^3 = 64 \text{ dm}^3$$



10) Vypočítejte objem krychle, když její povrch je 34,56 dm².

$$S = 34,56 \dots 6 \text{ stěn}$$

$$\hookrightarrow S_{\text{stěny}} = 34,56 : 6 = 5,76 \text{ dm}^2 = a^2$$

$$\hookrightarrow a = \sqrt{5,76} = 2,4 \text{ dm}$$

$$V = a^3 = 2,4^3 = 13,824 \text{ dm}^3$$



12) Vypočítejte objem krychle, když její povrch je 121,5 m².

$$S = 121,5 \text{ m}^2 \dots 6 \text{ stěn}$$

$$\hookrightarrow a^2 = 121,5 : 6 = 20,25 \text{ m}^2$$

$$\hookrightarrow a = \sqrt{20,25} = 4,5 \text{ m}$$

$$V = a^3 = 4,5^3 = 91,125 \text{ m}^3$$



Opakování 11 - Výrazy

$$2a + 3 + 3a + 1 = 5a + 4$$

$$a^2 + 3a - 5 + 4 + 6a = a^2 + 9a - 1$$

$$5a - (2a + 3b) = 5a - 2a - 3b = 3a - 3b$$

$$\begin{array}{r} 2a + 3b \\ -2a - 3b \\ \hline \end{array}$$

$$(a^2b + 5) - (4 + a^2b) = a^2b + 5 - 4 - a^2b = 1$$

$$\begin{array}{r} 4 + a^2b \\ -4 - a^2b \\ \hline \end{array}$$

$$-(a^2 + 3a - 5 + 4) + 6a = -a^2 - 3a + 5 - 4 + 6a = -a^2 + 3a + 1$$

$$-a^2 - 3a + 5 - 4$$

$$(3x^2 + 3) - (11x + 7y^2 - 2x^2 + xy) - (4xy + 2y^2) =$$

$$3x^2 + 3 - 11x - 7y^2 + 2x^2 - xy - 4xy - 2y^2 = 5x^2 + 3 - 11x - 9y^2 - 5xy$$

$$-(4x + 2y - 7) + (7x + 2y - 5) = -4x - 2y + 7 + 7x + 2y - 5 = 3x + 2$$

$$a \cdot a \cdot b = a^2b$$

$$3a^2 \cdot 4a^1 = 12a^3$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$a^2 \cdot a^1 = a \cdot a \cdot a$$

$$-3qp^2 \cdot 3q^2p^2 = -9q^3p^4$$

$$-3 \cdot 3 = -9 \quad q \cdot q^2 = q^3$$

$$p^2 \cdot p^2 = p^4$$

$$\frac{2}{5}z^2 \cdot \frac{5}{3}z = \frac{2}{3} \cdot z^3$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3}$$

$$3 \cdot (a^2 + a) = 3a^2 + 3a$$

$$(-2a) \cdot (5a + 12b) = -10a^2 - 24ab$$

$$-2y \cdot (4y + 3 - 2y) = \begin{cases} -8y^2 - 6y + 4y^2 = -4y^2 - 6y \\ -2y \cdot (2y + 3) = -4y^2 - 6y \end{cases}$$

$$(2a + 3) \cdot (1 + b) = 2a + 2ab + 3 + 3b$$

$$(2a + 4) \cdot (4 - 2a) = 8a - 4a^2 + 16 - 8a = -4a^2 + 16$$

$$(5x - 3y) \cdot (3x + 2) = 15x^2 + 10x - 9xy - 6y$$

$$\overrightarrow{2 \cdot (3x + 2) \cdot (3x - 4)} = \begin{cases} (6x + 4) \cdot (3x - 4) = 18x^2 - 24x + 12x - 16 = 18x^2 - 12x - 16 \\ \text{musí zůstat záporná} \\ 2 \cdot (9x^2 - 12x + 6x - 8) = 2 \cdot (9x^2 - 6x - 8) = 18x^2 - 12x - 16 \end{cases}$$

$$-2a^2 \cdot (a + 1) \cdot (a - 1) = -2a^2 \cdot (a^2 - 1) = -2a^4 + 2a^2$$

Vzorec: $a^2 - 1$

$$9ab^2 : 3ab = 3 \cdot 1 \cdot b = 3b$$

$$9 : 3 = 3 \quad b^2 : b = b$$

$$a : a = 1$$

$$(b^2 - 2b) : b = b - 2$$

$$(-2a - 2a^2) : (-2a) = 1 + a$$

$$-2 : (-2) = 1 \quad a^2 : a = a$$

Výrazy 9 – Zjednodušování v přijímacích zkouškách

$$1) \quad \underline{2x} - 3 - \underline{x} = x - 3$$

$$2) \quad (\underline{y-3y}) \cdot (y+3y) = -2y \cdot 4y = -8y^2$$

$$3) \quad (5n-2) \cdot (-4n) = -20n^2 + 8n$$

$$4) \quad (3a-2) \cdot (-2a) = -6a^2 + 4a$$

$$5) \quad (\underline{2-x}) \cdot \underline{3x} - 2x = 6x - 3x^2 - 2x = -3x^2 + 4x$$

$$6) \quad (3x+y) \cdot (3x-2) = 9x^2 - 6x + 3xy - 2y$$

$$7) \quad (2+y) (\underline{y+2-2y}) = (\underline{2+y}) \cdot (\underline{2-y}) = 4 - 2y + 2y - y^2 = 4 - y^2$$

$$8) \quad (a+a) \cdot (1-a) - a \cdot a = \underline{2a} \cdot (\underline{1-a}) - a^2 = 2a - \underline{2a^2 - a^2} = -3a^2 + 2a$$

$$9) \quad 5a \cdot (0,4b - 2a + 3) = 2ab - 10a^2 + 15a$$

$5 \cdot 0,4 = 2$

$$10) \quad \underline{2x(x-3)} - (\underline{x^2+3x}) = \underline{2x^2 - 6x} - \underline{x^2 + 3x} = x^2 - 9x$$

$2x^2 - (x^2) = x^2$ $-(6x) - 3x = -9x$

$$11) \quad \underline{-3y(y-2)} - (\underline{2y^2+5y}) = \underline{-3y^2 + 6y} - \underline{2y^2 + 5y} = -5y^2 + y$$

$-(3y^2) - 2y^2 = -5y^2$
 $-(6y) - 5y = -11y$

$$12) \quad y(3y-1) - \underline{3(y^2-y)} = \underline{3y^2 - y} - \underline{3y^2 - 3y} = 2y$$

$$13) \quad [2 \cdot (3y-x)] \cdot (5-y) = [6y-2x] \cdot (5-y) = 30y - 6y^2 - 10x + 2xy$$

$$14) \quad \underline{(4-y+3) \cdot x} - \underline{(y+5) \cdot 5} = (\underline{7-y}) \cdot x - \underline{5 \cdot (y+5)} = 7x - xy - 5y - 25$$

01 Jednoduché rovnice 5
Řeš rovnici a proveď zkoušku

1) $12 \cdot (x+2) = 5 \cdot (2-x) - 3$

$$12x + 24 = 10 - 5x - 3$$

$$12x + 24 = 7 - 5x \quad / +5x - 24$$

$$12x + 5x = 7 - 24$$

$$17x = -17 \quad / :17$$

$$\underline{x = -1}$$

zk: $L_{(-1)}: 12 \cdot (-1+2) = 12 \cdot 1 = 12$
 $P_{(-1)}: 5 \cdot [2 - (-1)] - 3 = 5 \cdot [2+1] - 3 = 5 \cdot 3 - 3 = 12$
 $L = P$

2) $3 \cdot (x-7) = 4 \cdot (2-x) - 1$

$$3x - 21 = 8 - 4x - 1$$

$$3x - 21 = 7 - 4x \quad / +21 + 4x$$

$$3x + 4x = 7 + 21$$

$$7x = 28 \quad / :7$$

$$\underline{x = 4}$$

zk: $L_{(4)}: 3 \cdot (4-7) = 3 \cdot (-3) = -9$
 $P_{(4)}: 4 \cdot (2-4) - 1 = 4 \cdot (-2) - 1 = -8 - 1 = -9$
 $L = P$

3) $2 \cdot (2x+1) - 7 = 4 \cdot (x-1) - x$

$$4x + 2 - 7 = 4x - 4 - x$$

$$4x - 5 = 3x - 4 \quad / -3x + 5$$

$$4x - 3x = -4 + 5$$

$$\underline{x = 1}$$

zk: $L_{(1)}: 2 \cdot (2+1) - 7 = 6 - 7 = -1$
 $P_{(1)}: 4 \cdot (1-1) - 1 = -1$
 $L = P$

4) $3x + 2 - (1-x) = 5(x+2) - (x+3)$

$$3x + 2 - 1 + x = 5x + 10 - x - 3$$

$$4x + 1 = 4x + 7 \quad / -4x - 1$$

$$4x - 4x = 7 - 1$$

$$0 = 6$$

NEMÁ ŘEŠENÍ

5) $3 \cdot (x-1) + 2 \cdot (x+2) = 3 \cdot (x+1)$

$$3x - 3 + 2x + 4 = 3x + 3$$

$$5x + 1 = 3x + 3 \quad / -1 - 3x$$

$$5x - 3x = 3 - 1$$

$$2x = 2 \quad / :2$$

$$\underline{x = 1}$$

zk: $L_{(1)}: 3 \cdot (1-1) + 2 \cdot (1+2) = 6$
 $P_{(1)}: 3 \cdot (1+1) = 6$
 $L = P$

6) $3 \cdot (2-y) - 4 = 3 \cdot (y+2) + 2$

$$6 - 3y - 4 = 3y + 6 + 2$$

$$-3y + 2 = 3y + 8 \quad / -2 - 3y$$

$$-3y - 3y = 8 - 2$$

$$-6y = 6 \quad / :6$$

$$-y = 1 \quad / \cdot (-1)$$

$$\underline{y = -1}$$

zk: $L_{(-1)}: 3 \cdot (2 - (-1)) - 4 = 3 \cdot 3 - 4 = 5$
 $P_{(-1)}: 3 \cdot (-1+2) + 2 = 3 \cdot 1 + 2 = 5$
 $L = P$

7) $8 \cdot (3x-5) - 5 \cdot (2x-8) = 20 + 4x$

$$24x - 40 - 10x + 40 = 20 + 4x$$

$$14x = 20 + 4x \quad / -4x$$

$$14x - 4x = 20$$

$$10x = 20 \quad / :10$$

$$\underline{x = 2}$$

zk: $L_{(2)}: 8 \cdot (3 \cdot 2 - 5) - 5 \cdot (2 \cdot 2 - 8) = 8 \cdot 1 - 5 \cdot (-4) = 8 + 20 = 28$
 $P_{(2)}: 20 + 4 \cdot 2 = 20 + 8 = 28$
 $L = P$

8) $3x - 5 + 2(1-x) = -(x+2)$

$$3x - 5 + 2 - 2x = -x - 2$$

$$x - 3 = -x - 2 \quad / +3 + x$$

$$x + x = -2 + 3$$

$$2x = 1 \quad / :2$$

$$\underline{x = \frac{1}{2}}$$

zk: $L_{(\frac{1}{2})}: 3 \cdot \frac{1}{2} - 5 + 2 \cdot (1 - \frac{1}{2}) = \frac{3}{2} - 5 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1,5 - 5 + 1 = -2,5$
 $P_{(\frac{1}{2})}: -(0,5 + 2) = -2,5$
 $L = P$

02 Rovnice se zlomky 2
Řeš rovnici a proved' zkoušku

1)

$$x-2 = \frac{x-2}{6} \quad / \cdot 6$$

$$6x-12 = x-2 \quad / -x+12$$

$$6x-x = -2+12$$

$$5x = 10 \quad / :5$$

$$x = 2$$

$$ZK: L(2): 2-2=0$$

$$P(2): \frac{2-2}{6}=0$$

$L=P$

2)

$$\frac{y+5}{2} = \frac{y+6}{3} \quad / \cdot 6$$

$$3 \cdot \frac{y+5}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{y+6}{3}$$

$$3 \cdot (y+5) = 2 \cdot (y+6)$$

$$3y+15 = 2y+12$$

$$3y-2y = 12-15$$

$$y = -3$$

$$/ -2y-15$$

$$ZK: L(-3): \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$P(-3): \frac{-3+6}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$L=P$

3)

$$3x = \frac{7x+18}{3} \quad / \cdot 3$$

$$9x = 7x+18 \quad / -7x$$

$$9x-7x = 18$$

$$2x = 18$$

$$/ :2$$

$$x = 9$$

$ZK:$

$$L(9): 3 \cdot 9 = 27$$

$$P(9): \frac{63+18}{3} = \frac{81}{3} = 27$$

$L=P$

4)

$$x-2 = 1 + \frac{4+2x}{3} \quad / \cdot 3$$

$$3x-6 = 3+4+2x$$

$$3x-6 = 7+2x$$

$$3x-2x = 7+6$$

$$x = 13$$

$$/ +6-2x$$

$ZK:$

$$L(13): 13-2=11$$

$$P(13): 1 + \frac{4+26}{3} = 1 + \frac{30}{3} = 1+10=11$$

$L=P$

5)

$$\frac{2x-5}{2} = \frac{3x-7}{4} \quad / \cdot 4$$

$$2 \cdot \frac{2x-5}{2} = 4 \cdot \frac{3x-7}{4}$$

$$2 \cdot (2x-5) = 3x-7$$

$$4x-10 = 3x-7$$

$$4x-3x = -7+10$$

$$x = 3$$

$$L(3): \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(3): \frac{9-7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$L=P$

6)

$$\frac{x+4}{5} = \frac{x-2}{2} \quad / \cdot 10$$

$$2 \cdot (x+4) = 5 \cdot (x-2)$$

$$2x+8 = 5x-10$$

$$2x-5x = -10-8$$

$$-3x = -18$$

$$-x = -6$$

$$x = 6$$

$$/ -5x-8$$

$ZK:$

$$L(6): \frac{6+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$P(6): \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$L=P$

7)

$$3 - \frac{3y-3}{2} = 0 \quad / \cdot 2$$

$$3 \cdot 2 - 3y+3 = 0$$

$$6 - 3y + 3 = 0$$

$$-3y + 9 = 0$$

$$-3y = -9$$

$$y = 3$$

$$3 = y$$

$$ZK: L(3): 3 - \frac{3 \cdot 3 - 3}{2} = 3 - \frac{9-3}{2} = 3 - \frac{6}{2} = 3-3=0$$

$$P(3): 0$$

$L=P$

8)

$$\frac{2z}{5} - \frac{3z-2}{2} = 1 \quad / \cdot 10$$

$$2 \cdot 2z - 5 \cdot (3z-2) = 10$$

$$4z - 15z + 10 = 10$$

$$-11z = 10-10$$

$$-11z = 0$$

$$z = 0$$

$$/ -10$$

$$/ : (-11)$$

$ZK:$

$$L(0): \frac{2 \cdot 0}{5} - \frac{3 \cdot 0 - 2}{2} = 0 - \frac{-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$P(0): 1$$

$L=P$

Procvičování: Rovnice se zkouškou 5

Najdi řešení rovnice a proved' zkoušku

1)

$$\frac{2x}{3} = \frac{5}{12} \quad \text{I} \cdot 12$$

$$\frac{-2x}{6} = \frac{5}{12} \quad \text{I} \cdot 12$$

$$-4x = 5 \quad \text{I} \cdot (-4)$$

$$x = -\frac{5}{4}$$

$$\text{II) } -\frac{x}{3} = \frac{5}{12} \quad \text{I} \cdot 3$$

$$-x = \frac{5}{4} \cdot 3 \quad \text{I} \cdot (-1)$$

$$x = -\frac{5}{4}$$

zk:

$$L(-\frac{5}{4}) : \frac{2 \cdot (-\frac{5}{4})}{3} = -\frac{1}{3} \cdot (-\frac{5}{4}) = \frac{5}{12}$$

$$-\frac{5}{4} : 1 = -\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{1} = -\frac{5}{4}$$

$$P(-\frac{5}{4}) : \frac{5}{12}$$

2)

$$\frac{1-x}{2} = 4 - x + \frac{5x}{3} \quad \text{I} \cdot 6$$

$$3 \cdot (1-x) = 24 - 6x + 10x$$

$$3 - 3x = 24 + 4x \quad \text{I} \cdot (-4x - 3)$$

$$-3x - 4x = 24 - 3$$

$$-7x = 21 \quad \text{I} \cdot (-7)$$

$$x = -3$$

zk

$$L(-3) : \frac{1 - (-3)}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$P(-3) : 4 - (-3) + \frac{5 \cdot (-3)}{3} = 4 + 3 - 5 = 2 \quad \underline{L=P}$$

3)

$$1 - \frac{7c-4}{9} - \frac{5-3c}{6} = \frac{c}{3} \quad \text{I} \cdot 18$$

$$18 - 2 \cdot (7c-4) - 3 \cdot (5-3c) = 6c$$

$$18 - 14c + 8 - 15 + 9c = 6c$$

$$11 - 5c = 6c \quad \text{I} \cdot 5c$$

$$11 = 6c + 5c$$

$$11 = 11c \quad \text{I} \cdot 11$$

$$1 = c$$

zk:

$$L(1) : 1 - \frac{7 \cdot 1 - 4}{9} - \frac{5 - 3 \cdot 1}{6} = 1 - \frac{3}{9} - \frac{2}{6} = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(1) : \frac{1}{3} \quad \underline{L=P}$$

4)

$$\frac{6-t}{4} - 3 = \frac{2t+6}{7} - \frac{t+4}{2} \quad \text{I} \cdot 28$$

$$7 \cdot (6-t) - 84 = 4 \cdot (2t+6) - 14 \cdot (t+4)$$

$$42 - 7t - 84 = 8t + 24 - 14t - 56$$

$$-7t - 42 = -6t - 32 \quad \text{I} \cdot 6t + 42$$

$$-7t + 6t = -32 + 42$$

$$-t = 10 \quad \text{I} \cdot (-1)$$

$$t = -10$$

zk

$$L(-10) : \frac{6 - (-10)}{4} - 3 = \frac{16}{4} - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$P(-10) : \frac{-20+6}{7} - \frac{-10+4}{2} = \frac{-14}{7} - \frac{(-6)}{2} = -2 + 3 = 1 \quad \underline{L=P}$$

5)

$$\frac{2-x}{2} - 3 = \frac{2x+1}{3} \quad \text{I} \cdot 6$$

$$3 \cdot (2-x) - 18 = 2 \cdot (2x+1)$$

$$6 - 3x - 18 = 4x + 2$$

$$-3x - 12 = 4x + 2 \quad \text{I} \cdot (-4x + 12)$$

$$-3x - 4x = 2 + 12$$

$$-7x = 14 \quad \text{I} \cdot (-7)$$

$$x = -2$$

zk

$$L(-2) : \frac{2 - (-2)}{2} - 3 = \frac{4}{2} - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$P(-2) : \frac{-4+1}{3} = \frac{-3}{3} = -1 \quad \underline{L=P}$$

6)

↪ Zjednot' člen

$$2 \cdot \frac{x-1}{9} - \frac{2x+3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{I} \cdot 18$$

$$2 \cdot 2 \cdot \frac{x-1}{9} - 3 \cdot \frac{2x+3}{6} = 9$$

$$4x - 4 - 6x - 9 = 9$$

$$-2x - 13 = 9 \quad \text{I} \cdot 13$$

$$-2x = 9 + 13$$

$$-2x = 22 \quad \text{I} \cdot (-2)$$

$$x = -11$$

zk

$$L(-11) : 2 \cdot \frac{-11-1}{9} - \frac{-22+3}{6} = \frac{-24}{9} - \frac{-19}{6} = -\frac{8}{3} + \frac{19}{6} = -\frac{16}{6} + \frac{19}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(-11) : \frac{1}{2} \quad \underline{L=P}$$

Rovnice 5 - Rovnice se zlomky 2

1) Nehvizdský Iron-man se jede ze dvou třetin na kole. Dále závodníci 1 km plavou a 14 km běží. Jak dlouhá je trasa?

$$\begin{array}{lcl}
 \text{kolo} & \frac{2}{3} \cdot x & \\
 \text{Běží} & 14 & \\
 \text{Plavou} & 1 & \\
 \text{Celkem} & \dots x &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{2}{3}x + 14 + 1 = x \quad / \cdot 3 \\
 2x + 45 = 3x \\
 45 = x
 \end{array}$$

O: Trasa je dlouhá 45 km

3) Martin pro své přátele na Facebooku vytvořil událost „Nedělní výlet kolem Brněnské přehrady“. Ve středu se přihlásila jedna osmina všech jeho přátel, v sobotu se ještě přihlásilo 7 kamarádů. Výletu se tedy zúčastní 32 osob včetně Martina. Kolik má Martin na Facebooku přátel? $\rightarrow x$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{St} & \frac{1}{8}x & \\
 \text{Sob} & 7 & \\
 \text{cel.} & 32 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{8}x + 7 = 32 \\
 \frac{1}{8}x = 32 - 7 \\
 \frac{1}{8}x = 25 \quad / \cdot 8 \\
 x = 200
 \end{array}$$

O: Martin má 200 přátel.

5) Všichni chlapci na oslavě se seřadili podle věku. Před Štěpánem stála jedna třetina celkového počtu chlapců. Hned za Štěpánem ještě polovina celkového počtu chlapců. Vypočítejte celkový počet chlapců na oslavě.

$$\begin{array}{c}
 \text{Š} \\
 \frac{1}{3}x \quad \frac{1}{2}x \\
 \text{cel. } x
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{3}x + 1 + \frac{1}{2}x = x \quad / \cdot 6 \\
 2x + 6 + 3x = 6x \\
 6 + 5x = 6x \\
 6 = 6x - 5x \\
 x = 6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \frac{1}{3}x + 1 + \frac{1}{2}x = x \quad / \cdot 6 \\
 2x + 6 + 3x = 6x \\
 6 + 5x = 6x \\
 6 = 6x - 5x \\
 x = 6
 \end{array}$$

2) Karel s rodiči odlétal na dovolenou. Při odbavení na letišti měla jejich 3 zavazadla celkovou hmotnost 44 kg. Otcovo zavazadlo mělo třikrát větší hmotnost než Karlovo zavazadlo a matčino zavazadlo mělo polovinu hmotnosti otcova zavazadla. Kolik mělo Karlovo zavazadlo?

$$\begin{array}{lcl}
 \text{K} & \dots x & 8 \\
 \text{O} & \dots 3x & 24 \\
 \text{M} & \dots \frac{3x}{2} & 12 \\
 \hline
 & & 44 \checkmark
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x + 3x + \frac{3x}{2} = 44 \quad / \cdot 2 \\
 2x + 6x + 3x = 88 \\
 11x = 88 \quad / : 11 \\
 x = 8
 \end{array}$$

O: Karlovo zavazadlo mělo 8 kg.

4) Úklidová firma má umýt všechna okna školy. První den umyje jednu šestinu oken školy, druhý den třikrát více oken než první den a zbývajících 18 oken umyje třetí den. Kolik je ve škole oken?

$$\begin{array}{lcl}
 1. & \frac{1}{6}x & 9 \\
 2. & \frac{3}{6}x & 27 \\
 3. & 18 & 18 \\
 \hline
 \text{cel.} & x & 54 \checkmark
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{6}x + \frac{3}{6}x + 18 = x \quad / \cdot 6 \\
 x + 3x + 108 = 6x \\
 4x + 108 = 6x \\
 108 = 6x - 4x \\
 2x = 108 \quad / : 2 \\
 x = 54
 \end{array}$$

O: Škola má oken 54.

6) Všichni žáci devátých tříd si na začátku školního roku vybírali jeden ze tří volitelných předmětů. Konverzaci v anglickém jazyce si vybrala přesně polovina z počtu všech žáků, cvičení z matematiky třetina z počtu všech žáků a zbylých sedm žáků si vybralo přírodovědný seminář. Kolik žáků si vybralo seminář z matematiky?

$$\begin{array}{lcl}
 \text{M.} & \frac{1}{3}x & 14 \\
 \text{K.} & \frac{1}{2}x & 21 \\
 \text{Př.} & 7 & 7 \\
 \hline
 \text{cel.} & \dots x & 42 \checkmark
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x + 7 = x \quad / \cdot 6 \\
 2x + 3x + 42 = 6x \\
 5x + 42 = 6x \\
 42 = 6x - 5x \\
 x = 42
 \end{array}$$

Rovnice 6 - Rovnice na porovnávání

1) Internetový obchod nabízí při koupi pěti a více výrobků dopravu zdarma. Cena dopravy je 100 korun. Při koupi pěti výrobků bez započtení dopravy zaplatíme stejnou částku, jako při koupi tří výrobků se započtením dopravy. Jaká je cena výrobku?

Cena jednoho výrobku x
3 výrobky 3x + 100 *doprava 2k:*
5 výrobků 5x *3 · 50 + 100 = 250*
5 · 50 = 250 ✓

$$3x + 100 = 5x$$

$$100 = 5x - 3x$$

$$100 = 2x \quad /:2$$

$$50 = x$$

O: Cena výrobku je 50 Kč

3) V kamenném obchodě stojí 1 kg kávy 220 Kč. V eshopu lze koupit 1 kg kávy za 205 Kč, za dopravu zboží si však prodejce ke každému nákupu účtuje navíc vždy 90 Kč. Určete, při nákupu kolika kilogramů kávy zaplatí zákazník v obchodě i v eshopu stejnou částku.

za 1 kg *za x kg*
 KO 1 · 220 x · 220 *doprava 2k:* *220 · 6 = 1320*
 ES 1 · 205 + Dp. x · 205 + 90 Kč *205 · 6 = 1230*
2k *1320* *1230 + 90 ✓*

$$220x = 205x + 90$$

$$220x - 205x = 90$$

$$15x = 90 \quad /:3$$

$$5x = 30 \quad /:5$$

$$x = 6$$

O: Stejnou částku zaplatí při 6 kg.

5) Lukáš a Radek se připravovali na přijímací zkoušky. Vybrali si stejnou kapitolu ve sbírce a ve stejný den začali oba počítat. Lukáš vypočítal každý den šest příkladů. Radek vypočítal každý den 8 příkladů. Oba vypočítali všechny příklady z vybrané kapitoly, ale Radek je měl vypočítané o 4 dny dříve než Lukáš. Kolik příkladů měla sbírka?

za 1 den *den* *2k* *příkladů*
 R 8 x-4 (12) (x-4) · 8 (36)
 L 6 x (6) x · 6 (36) ✓
počet dní *počet příkladů na den*

$$(x-4) \cdot 8 = 6x$$

$$8x - 32 = 6x$$

$$8x - 6x = 32$$

$$2x = 32 \quad /:2$$

$$x = 16$$

O: Sbírká má 96 příkladů

2) Vypočítejte, při jaké roční spotřebě vody (v m³) by zaplatila za vodu domácnost v městech A a B stejně.

Města	Platba (1x ročně) za užívání vodovodní přípojky	Platba za 1 m³ spotřebované vody
A	0 Kč	72 Kč
B	990 Kč	61 Kč

Spotřeba v m³ x
cena 1 m³ *cena x m³*
 A: 1 · 72 x · 72 *za přípojku*
 B: 1 · 61 x · 61 + 990 *2k: 48 30 00*
90 540 + 990
6480 6480 ✓

$$x \cdot 72 = x \cdot 61 + 990$$

$$72x - 61x = 990$$

$$11x = 990 \quad /:11$$

$$x = 90$$

O: Spotřeba vody, aby se ceny rovnaly, je 90 m³.

4) Dominika chce začít číst knihu. Spočítala si, že pokud přečte každý den přesně 14 stránek, potrvají četba knihy o 1 den déle, než kdyby každý den přečetla právě 16 stránek. Kolik stran má kniha.

Day *kolik přečte stránek*
 14. x+1 (8) 14 · (x+1) 112
 16. x (7) 16 · x 112
stránek na den *počet dní*

$$14 \cdot (x+1) = 16x$$

$$14x + 14 = 16x$$

$$14 = 16x - 14x$$

$$14 = 2x \quad /:2$$

$$x = 7$$

O: Kniha má 112 stránek

6) Ve třídě připadají na 1 dívku 2 chlapci. Ze včerejší písemky z matematiky se omluvila čtvrtina chlapců a pětina děvčat, takže písemku psalo jen 23 dětí. Kolik je ve třídě děvčat?

omluvílo *→ zůstalo*
 ch 2x (20) $\frac{1}{4} \cdot 2x$ $\frac{2}{4} \cdot 2x$ 15
 d x (10) $\frac{1}{5} \cdot x$ $\frac{4}{5} \cdot x$ 8
23 ✓

$$\frac{3}{4} \cdot 2x + \frac{4}{5} \cdot x = 23 \quad /:10$$

$$15x + 8x = 230$$

$$23x = 230 \quad /:23$$

$$x = 10$$

O: Děvčat je ve třídě 10.

Rovnice 11 - Opakování slovních úloh 1

1) Nádoba na vodu byla naplněna do čtyř pětín svého objemu, pak z ní byly odebrány tři litry a v nádobě zůstala přesně polovina jejího objemu. Jaký je objem nádoby a kolik v ní bylo vody?

$$\begin{array}{l}
 V = x \text{ l} \\
 \frac{4}{5}x - 3 = \frac{1}{2}x \quad / \cdot 10 \\
 8x - 30 = 5x \\
 8x - 5x = 30 \\
 3x = 30 \quad / :3 \\
 x = 10
 \end{array}$$

O: Objem nádoby je 10 l

2) Za čokoládu, mléko a sýr jsme zaplatili 143 Kč. Mléko bylo dvakrát dražší než sýr a čokoláda o 8 Kč dražší než mléko. Určete cenu mléka.

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{r}
 \text{č} \quad 2x + 8 \\
 \text{M} \quad 2x \\
 \text{S} \quad \dots x \\
 \hline
 \text{c} \quad 143
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 26 \\
 52 \\
 27 \\
 \hline
 105
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 2x + 8 + 2x + x = 143 \\
 5x + 8 = 143 \\
 5x = 143 - 8 \\
 5x = 135 \quad / :5 \\
 x = 27
 \end{array}$$

O: Mléko je dražší 54 Kč.

3) Nela, Olga a Pavla spořily na společný dárek. Olga uspořila o čtvrtinu méně než Nela. Pavla uspořila o 140 korun více než Nela. Všechny tři dívky dohromady uspořily třikrát více než samotná Nela. Kolik uspořila Nela? (Cermat 2017)

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{r}
 \text{N} \quad \dots x \\
 \text{O} \quad \dots \frac{3}{4}x \\
 \text{P} \quad \dots x + 140 \\
 \hline
 \text{c} \quad \dots 3x
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 560 \\
 420 \\
 700 \\
 \hline
 1680
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x + \frac{3}{4}x + x + 140 = 3x \quad / \cdot 4 \\
 4x + 3x + 4x + 560 = 12x \\
 11x + 560 = 12x \\
 560 = 12x - 11x \\
 x = 560
 \end{array}$$

O: Nela uspořila 560 Kč

4) Na letní tábor koupili vedoucí dva druhy míčů. Malý míč stojí 45 Kč, velký 60 Kč. Celkem koupili 13 míčů v celkové ceně 660 Kč. Kolik kterých míčů koupili?

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{r}
 \text{M} \quad x \\
 \text{V} \quad 13 - x \\
 \hline
 \text{M+V} \quad 13
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 45x \\
 60 \cdot (13 - x) \\
 \hline
 660
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 45x + 60 \cdot (13 - x) = 660 \\
 45x + 780 - 60x = 660 \\
 -15x = 660 - 780 \\
 -15x = -120 \quad / :(-15) \\
 x = 8
 \end{array}$$

O: Malých 8 a velkých 5.

5) Pokud sečteme čtvrtinu a třetinu našeho čísla, dostaneme číslo o pět menší, než je naše číslo. Jaké je naše číslo?

$$\begin{array}{l}
 \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = x - 5 \quad / \cdot 12 \\
 3x + 4x = 12x - 60 \\
 7x - 12x = -60 \\
 -5x = -60 \quad / :(-5) \\
 x = 12
 \end{array}$$

O: Naše číslo je 12.

6) V hotelu jsou dva jednolůžkové pokoje. Dále jsou tam dvojlůžkové a třílůžkové pokoje. Najednou zde může být ubytováno 108 hostů. Kolik je dvoulůžkových a kolik je třílůžkových pokojů? Celkem je pokojů 45.

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{r}
 \text{2-lůž} \quad x \\
 \text{3-lůž} \quad 45 - x \\
 \hline
 \text{cel} \quad 45
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2x \\
 3 \cdot (45 - x) \\
 \hline
 106
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 2x + 3 \cdot (45 - x) = 106 \\
 2x + 135 - 3x = 106 \\
 -x = 106 - 135 \\
 -x = -29 \\
 x = 29
 \end{array}$$

O: Dvojlůžkových pokojů je 23 a třílůžkových 20.

Rovnice 12 - Opakování slovních úloh 2

1) Před 5 lety měl Tomáš polovinu let než kolik bude mít za 8 let. Kolik let je Tomášovi nyní?

$\hookrightarrow$ Tomášovi je x let
 Před 5 lety $\xrightarrow{13}$ $\xrightarrow{26}$ Za 8 let
 $2 \cdot (x - 5) = x + 8$
 $2x - 10 = x + 8$
 $x = 18$
 O: Tomášovi je 18 let.

2) Máme tři čísla. První číslo je třetina druhého a třetí číslo je o 2 menší než číslo druhé. Jaká jsou tato čísla, když jejich součet je roven dvojnásobku druhého čísla.

$1. \dots \frac{1}{3} \cdot x$
 $2. \dots x$
 $3. \dots x - 2$
 $\frac{1}{3}x + x + x - 2 = 2 \cdot x$
 $\frac{1}{3}x + 2x - 2 = 2x$
 $\frac{1}{3}x = 2 \quad / \cdot 3$
 $x = 6$
 O: Čísla jsou 2; 6; 4

3) Na dvoře jsou králíci a husy. Kolik je čeho, je-li tam 18 hlav a 62 nohou?



	Hlavy	nohy
Králíci	x	$4 \cdot x$
Husy	$18 - x$	$2 \cdot (18 - x)$
Dohromady	18	62

 $4x + 2 \cdot (18 - x) = 62$
 $4x + 36 - 2x = 62$
 $2x = 62 - 36$
 $2x = 26 \quad / : 2$
 $x = 13$
 O: Králíků je 13 a hus 5.

4) Otec je třikrát starší než jeho syn. Před 12 lety byl otec devětkrát starší než jeho syn. Kolik je synovi?

$S \dots x$
 $O \dots 3x$
 Před 12 lety
 $x - 12$
 $3x - 12$
 $9(x - 12) = 3x - 12$
 $9x - 108 = 3x - 12$
 $9x - 3x = -12 + 108$
 $6x = 96$
 $x = 16$
 O: Synovi je 16 let.

5) V horské chatě jsou pouze třílůžkové a čtyřlůžkové pokoje. Pokojů je celkem 14. Kolik je v horské chatě třílůžkových pokojů, je-li celková kapacita třílůžkových pokojů stejná jako celková kapacita čtyřlůžkových pokojů?

	Počet pokojů	lůž
3-lůž	x	$3 \cdot x$
4-lůž	$14 - x$	$4 \cdot (14 - x)$
Doh	14	?

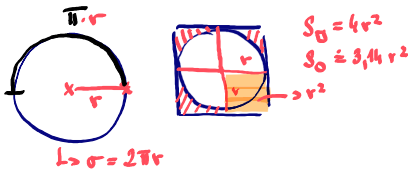
 $3x = 4 \cdot (14 - x)$
 $3x = 56 - 4x$
 $7x = 56 \quad / : 7$
 $x = 8$
 O: Třílůžkových pokojů je 8.

6) Martin dostal na výlet od dědečka nějaké peníze. První den utratil třetinu. Druhý den tři čtvrtiny ze zbylých peněz. Na poslední den mu zbylo 60 Kč. Kolik dostal od dědečka peněz?

$\hookrightarrow x$ Kč
 $1. \frac{1}{3} \cdot x$
 $2. \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}x$
 $3. 60$
 $\frac{1}{3}x + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}x + 60 = x$
 $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x + 60 = x \quad / \cdot 6$
 $2x + 3x + 360 = 6x$
 $360 = x$
 O: Od dědečka dostal 360 Kč.

Obsahy 5 – Kruh a kružnice (kalkulačka)

poz: $S = \pi \cdot r^2$ $o = 2 \pi \cdot r$
 $\pi \approx 3,14$



1) Vypočítej obsah a obvod kruhu s poloměrem: $r = 1$ cm.

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 = 6,28 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1^2 = 3,14 \text{ cm}^2$$

2) Vypočítej obsah a obvod kruhu s poloměrem: $r = 3$ cm.

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 = 18,84 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ cm}^2$$

3) Vypočítej obsah a obvod kruhu s poloměrem: $r = 6$ m.

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 = 37,68 \text{ m}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 6^2 = 3,14 \cdot 36 = 113,04 \text{ m}^2$$

4) Vypočítej obsah a obvod kruhu s průměrem: $d = 14$ m.

$$r = d : 2 \quad \downarrow$$

$$r = 7 \text{ m}$$



$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 7 = 43,96 \text{ m}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 7^2 = 3,14 \cdot 49 = 153,86 \text{ m}^2$$

5) Vypočítej obsah a obvod s průměrem: $d = 9$ dm.

$$r = d : 2$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 4,5 = 28,26 \text{ dm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4,5^2 = 63,59 \text{ dm}^2$$

6) Vypočítej obsah a obvod s průměrem: $d = 2,4$ dm.

$$r = d : 2$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,2 = 7,54 \text{ dm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1,2^2 = 3,14 \cdot 1,44 = 4,52 \text{ dm}^2$$

7) Vypočítej obvod kruhu s obsahem $S = 314 \text{ m}^2$.

$$S = \pi r^2 \quad / : \pi$$

$$r^2 = \frac{S}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{314}{3,14}} = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 = 62,8 \text{ m}$$

8) Vypočítej obsah kruhu s obvodem $o = 157$ dm.

$$o = 2\pi r \quad / : 2\pi$$

$$r = \frac{o}{2\pi} = \frac{157}{2 \cdot 3,14} = 25$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 25^2 = 1962,5 \text{ dm}^2$$

9) Vypočítej obvod kruhu s obsahem $S = 141 \text{ cm}^2$.

$$S = \pi r^2 \quad / : \pi$$

$$r^2 = \frac{S}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{141}{3,14}} \approx 6,7 \text{ cm}$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6,7 \approx 42,08 \text{ cm}$$

10) Vypočítej obsah kruhu s obvodem $o = 25,12$ dm.

$$o = 2\pi r \quad / : 2\pi$$

$$r = \frac{o}{2\pi} = \frac{25,12}{2 \cdot 3,14} = 4 \text{ dm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 3,14 \cdot 16 = 50,24 \text{ dm}^2$$

11) Vypočítej obvod kruhu s obsahem $S = 18,09 \text{ dm}^2$.

$$S = \pi r^2 \quad / : \pi$$

$$r^2 = \frac{S}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{18,09}{3,14}} \approx 2,4 \text{ dm}$$

$$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,4 \approx 15,07 \text{ dm}$$

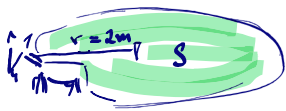
12) Vypočítej obsah kruhu s obvodem $o = 20,7$ cm.

$$o = 2\pi r \quad / : 2\pi$$

$$r = \frac{o}{2\pi} = \frac{20,7}{2 \cdot 3,14} \approx 3,3 \text{ cm}$$

$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3,3^2 \approx 34,12 \text{ cm}^2$$

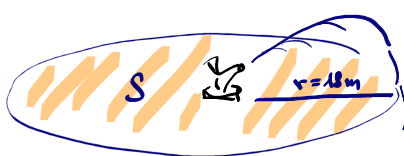
13) Koza je na zahradě uvázána na řetězu dlouhém 2 m. Řetěz je na kolíku, který je zatlučen do země. Urči, jak velkou plochu trávníku může koza spást.



$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56 \text{ m}^2$$

o : Koza může spást $12,56 \text{ m}^2$

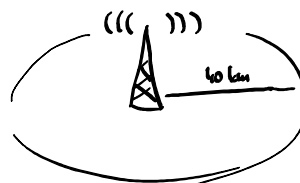
14) Otáčivý zavlažovač má dostřik 18 m. Jakou rozlohu půdy může zavlažovat z jednoho místa?



$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 18^2 = 1017,36 \text{ m}^2$$

o : Ozávlžovač zavlažuje $1017,36 \text{ m}^2$

15) Spolehlivý dosah televizního vysílače je 40 km. Vypočítejte, jakou plochu pokryje kvalitním televizním signálem.



$$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 40^2 = 5024 \text{ km}^2$$

o : Vysílač pokryje 5024 km^2

Obsahy 9 - Kruh a kružnice

1) Ornament je složen z jednoho čtverce a čtyř tmavých půlkruhů. Obsah čtverce je 4 cm^2 . Vypočtěte v cm^2 obsah jednoho tmavého půlkruhu (cermat).

$$S_B = 4 \text{ cm}^2 = a^2$$

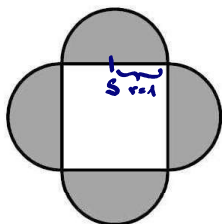
$$a = \sqrt{4} = 2 \text{ cm}$$

$$S_0 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1^2 = 3,14$$

Polovina kruhu:

$$3,14 : 2 = 1,57$$

O: Obsah jednoho půlkruhu je $1,57 \text{ cm}^2$



2) Délka strany čtverce je 6 cm. Část čtverce je zakryta tmavým kruhem, který má s každou stranou čtverce právě jeden společný bod (K, L, M, N). Vypočtěte, o kolik cm^2 je obsah čtverce větší než obsah tmavého kruhu. (cermat)

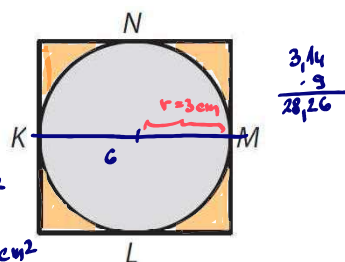
$$S = S_0 - S_0$$

$$S_0 = a^2 = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^2$$

$$S_0 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 3,14 \cdot 9 = 28,26 \text{ cm}^2$$

$$S = 36 - 28,26 \text{ cm}^2 = 7,74 \text{ cm}^2$$

O: Čtverec je větší o $7,74 \text{ cm}^2$.

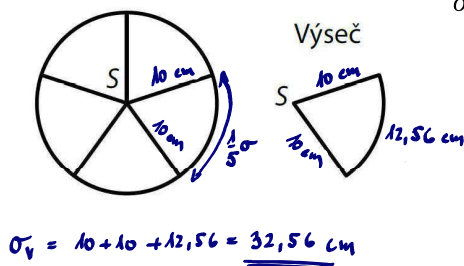


3) Papír tvaru kruhu se středem S a poloměrem 10 cm byl rozstříhán na 5 shodných výsečí dle obrázku. Jaký je obvod jedné výseče? (cermat)

$$\sigma = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 10$$

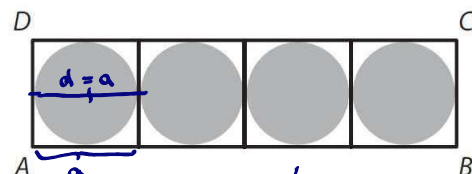
$$\frac{\sigma}{5} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^2}{5} = 12,56$$

$$\frac{3,14}{12,56} \cdot 4$$



$$\sigma_v = 10 + 10 + 12,56 = 32,56 \text{ cm}$$

4) Obdélník ABCD je možné rozdělit na čtyři shodné čtverce v jedné řadě. V každém čtverci je tmavý kruh, který se dotýká všech stran tohoto čtverce. Obvod jednoho tmavého kruhu je $\sigma = \pi \cdot 9 \text{ cm}$. Jaký je obvod obdélníku ABCD? (cermat)



$$\sigma = 9\pi$$

$$\sigma = \pi d \quad | : \pi$$

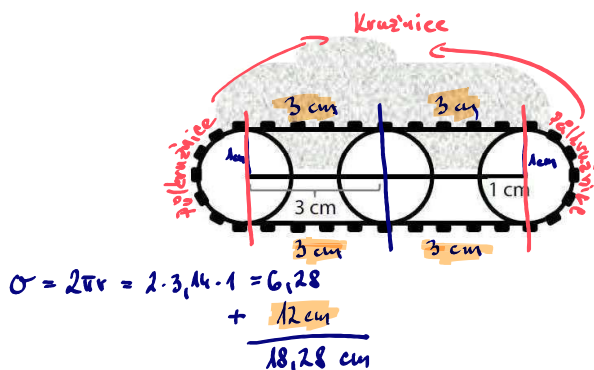
$$d = \sigma : \pi = 9\pi : \pi = 9 \text{ cm}$$

$$9 \cdot \begin{matrix} 4 \cdot 9 = 36 \\ 4 \cdot 9 = 36 \end{matrix}$$

$$\sigma = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 36 = 18 + 72 = 90 \text{ cm}$$

Obvod obdélníku ABCD je 90 cm.

5) Poloměr koleček u modelu tanku je 1 cm. Vzdálenost středů koleček je 3 cm. Jak dlouhý je pás? (cermat)



$$\sigma = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 = 6,28$$

$$+ 12 \text{ cm}$$

O: Délka pásu je 18,28 cm

6) Vypočítej obsah šedé části, pokud obvod kružnice je 20π . Úhlopříčka čtverce BD jde přes střed kružnice a body E a F leží ve středu stran čtverce. (cermat)

$$\sigma = 20\pi$$

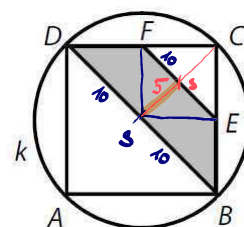
$$\sigma = \pi d \quad | : \pi$$

$$d = \sigma : \pi = \frac{20\pi}{\pi} = 20 \text{ cm}$$



$$S_1 = \frac{(20+10) \cdot 5}{2} = \frac{30 \cdot 5}{2} = 75 \text{ cm}^2$$

O: Obsah šedé části je 75 cm^2 .



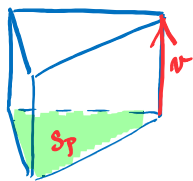
Objem 3 - Povrch a objem válce (kalkulačka)

<https://youtu.be/IS0cLGMaLHY>

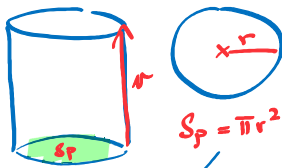
1) Vypočítej objem trojbokého hranolu.
 $S_p = 20 \text{ cm}^2$, $v_h = 5 \text{ cm}$. (opakování)

2) Vypočítej objem válce, kde
 $r = 2 \text{ cm}$, $v = 5 \text{ cm}$.

3) Vypočítej objem válce, kde
 $r = 7 \text{ dm}$, $v = 11 \text{ dm}$.



$$V = S_p \cdot v = 20 \cdot 5 = \underline{\underline{100 \text{ cm}^3}}$$



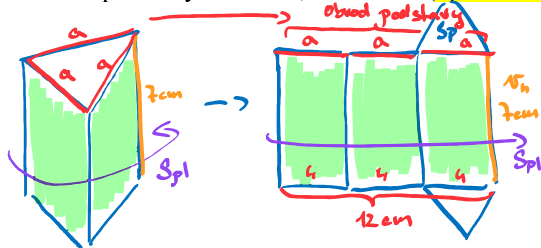
$$V = S_p \cdot v = \pi r^2 \cdot v$$

$$V = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 5 = \underline{\underline{62,8 \text{ cm}^3}}$$

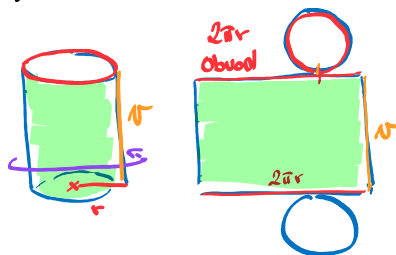
$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 7^2 \cdot 11 = \underline{\underline{1632,46 \text{ dm}^3}}$$

4) Vypočítej plášť pravidelného trojbokého hranolu s hranou podstavy $a = 4 \text{ cm}$, $v_h = 7 \text{ cm}$. (opakování)

5) Vypočítej plášť válce s poloměrem podstavy $r = 3 \text{ dm}$ a výškou válce $v = 6 \text{ dm}$.



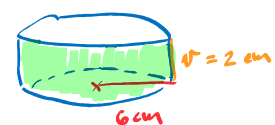
$$S_{pl} = O_p \cdot v_h = 12 \cdot 7 = \underline{\underline{84 \text{ cm}^2}}$$



$$S_{pl} = O_p \cdot v = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 6 = \underline{\underline{113,04 \text{ dm}^2}}$$

6) Vypočítej obsah podstavy, obsah pláště, povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 6 \text{ cm}$ a výška válce $v = 2 \text{ cm}$.

7) Vypočítej obsah podstavy, obsah pláště, povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 4 \text{ m}$ a výška válce $v = 8 \text{ m}$.

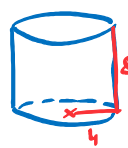
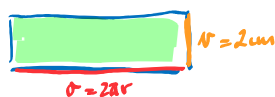


$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 6^2 = \underline{\underline{113,04 \text{ cm}^2}}$$

$$V = S_p \cdot v = 113,04 \cdot 2 = \underline{\underline{226,08 \text{ cm}^3}}$$

$$S_{pl} = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 2 = \underline{\underline{75,36 \text{ cm}^2}}$$

$$S = S_{pl} + 2 \cdot S_p = 75,36 + 2 \cdot 113,04 = \underline{\underline{301,44 \text{ cm}^2}}$$



$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = \underline{\underline{50,24 \text{ m}^2}}$$

$$V = \underbrace{\pi r^2}_{S_p} \cdot v = 50,24 \cdot 8 = \underline{\underline{401,92 \text{ m}^3}}$$

$$S_{pl} = O_p \cdot v = 2\pi r \cdot v = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 8 = \underline{\underline{200,96 \text{ m}^2}}$$

$$S = S_{pl} + 2 \cdot S_p = 200,96 + 2 \cdot 50,24 = \underline{\underline{301,44 \text{ m}^2}}$$

8) Vypočítej povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 3 \text{ dm}$ a výška válce $v = 7 \text{ dm}$.

9) Vypočítej povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 9 \text{ cm}$ a výška válce $v = 11 \text{ cm}$.



$$S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = \underline{\underline{28,26 \text{ dm}^2}}$$

$$V = S_p \cdot v = 28,26 \cdot 7 = \underline{\underline{197,82 \text{ dm}^3}}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v$$

Najdete v tabulkách

$$S = S_{pl} + 2 \cdot S_p = 2\pi r \cdot v + 2 \cdot \pi r^2 = 2\pi r \cdot (v + r)$$

$$S = 2\pi r \cdot (v + r) = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot (7 + 3) = \underline{\underline{188,4 \text{ dm}^2}}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 9^2 \cdot 11 = \underline{\underline{2797,74 \text{ cm}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (v + r) = 2 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot (3 + 11) = \underline{\underline{1130,4 \text{ cm}^2}}$$

Objem 4 - Povrch a objem válce (kalkulačka)

$$V = S_p \cdot v = \pi \cdot r^2 \cdot v \quad S = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 2 \cdot \pi r^2 + 2 \pi r v = 2 \pi r (r + v)$$

1) Vypočítej povrch a objem válce, kde průměr podstavy $d = 10$ m a výška válce $v = 7$ m.

$$L \rightarrow r = 5 \text{ m}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 7 = \underline{\underline{543,5 \text{ m}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (r + v) = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot (5 + 7) = \underline{\underline{376,8 \text{ m}^2}}$$

2) Vypočítej povrch a objem válce, kde průměr podstavy $d = 5,4$ m a výška válce $v = 3,2$ m.

$$L \rightarrow 2,7 \text{ m} = r$$

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 2,7^2 \cdot 3,2 = \underline{\underline{73,25 \text{ m}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (r + v) = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,7 \cdot (2,7 + 3,2) = \underline{\underline{100,04 \text{ m}^2}}$$

3) Vypočítej povrch a objem válce, kde poloměr podstavy $r = 3$ dm a výška válce $v = 0,5$ dm.

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 0,5 = \underline{\underline{14,3 \text{ dm}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (r + v) = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot (3 + 0,5) = \underline{\underline{65,94 \text{ dm}^2}}$$

4) Vypočítej povrch a objem válce, kde $d = v = 12$ cm.

$$L \rightarrow r = 6 \text{ cm}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 6^2 \cdot 12 = \underline{\underline{1356,48 \text{ cm}^3}}$$

$$S = 2\pi r \cdot (r + v) = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot (6 + 12) = \underline{\underline{678,24 \text{ cm}^2}}$$

5) Vypočítej výšku válce, kde objem $V = 769,3 \text{ cm}^3$ a poloměr $r = 7$ cm.

$$1) S_p = \pi r^2 = 3,14 \cdot 7^2 = 153,86$$

$$V = S_p \cdot v \quad / : S_p$$

$$v = \frac{V}{S_p} = \frac{769,3}{153,86} = \underline{\underline{5 \text{ cm}}}$$

$$2) V = \pi r^2 \cdot v \quad / : \pi r^2$$

$$L \rightarrow v = \frac{V}{\pi r^2} = 5 \text{ cm}$$

6) Vypočítej poloměr válce, kde objem $V = 552,64 \text{ dm}^3$ a výška $v = 11$ cm

$$1) V = S_p \cdot v \quad / : v$$

$$L \rightarrow S_p = \frac{V}{v} = 50,24 \text{ dm}^2$$

$$S_p = \pi r^2 \quad / : \pi$$

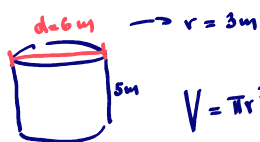
$$L \rightarrow r^2 = \frac{S_p}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{S_p}{\pi}} = \sqrt{\frac{50,24}{3,14}} = \sqrt{16} = \underline{\underline{4 \text{ dm}}}$$

$$2) V = \pi r^2 \cdot v \quad / : \pi v$$

$$L \rightarrow r^2 = \frac{V}{\pi v} \rightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi v}} = \sqrt{\frac{552,64}{3,14 \cdot 11}} = \underline{\underline{4 \text{ dm}}}$$

7) Silo tvaru válce má průměr 6 m a výšku 5 m. Kolik takových sil je třeba na uskladnění 500 m³ siláže?



$$V = \pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 5 = 141,3 \text{ m}^3$$

$$500 : 141,3 \approx 3,5$$

O: Potřebují minimálně čtyři.

8) Hrníček na kávu má obsah podstavy 25 cm². Jakou musí mít výšku, aby se do něj vešlo 0,25 litru kávy? Kávu budeme nalévat 1 cm pod okraj.

$$L \rightarrow 0,25 \text{ dm}^3 = 250 \text{ cm}^3$$



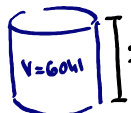
$$V = S_p \cdot v \quad / : S_p$$

$$L \rightarrow v = \frac{V}{S_p} = \frac{250}{25} = 10 \text{ cm}$$

O: Hrníček je vysoký 11 cm.

Objem 6 - Válec (kalkulačka)

- 1) Válcová nádrž pojme 60 hl vody a je hluboká 2,5 m. Vypočítej průměr nádrže.



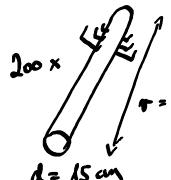
$V = 6000 \text{ dm}^3$
 $N = 25 \text{ dm}$
 $V = \pi r^2 \cdot N \quad /: \pi r$
 $\frac{V}{\pi r} = r^2$
 $\hookrightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi r}} = \sqrt{\frac{6000}{3,14 \cdot 25}} \approx 8,74$
 $d \approx 17,49 \text{ dm}$
 O: Průměr nádrže je 17,49 dm.

- 2) Sládek Bečka plní pivo do padesátilitrových sudů ve tvaru válce. Hladina piva v sudu je ve výšce 44 cm. Jaký je poloměr podstavy sudu? Uveďte v centimetrech.



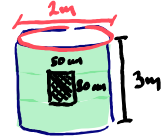
$V = 50 \text{ dm}^3 = 50000 \text{ cm}^3$
 $N = 44 \text{ cm}$
 $V = \pi r^2 \cdot N \quad /: \pi r$
 $\frac{V}{\pi r} = r^2$
 $\hookrightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi r}} = \sqrt{\frac{50000}{3,14 \cdot 44}} \approx 19,02 \text{ cm}$
 O: Poloměr sudu je 19,02 cm.

- 3) Jaký objem dřeva bylo potřeba na výrobu 200 telegrafních sloupů vysokých 6 m, jejichž průměr je 15 cm?



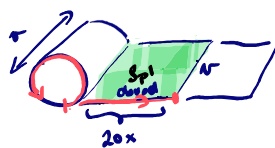
$N = 600 \text{ cm} \quad r = 7,5 \text{ cm}$
 $V_1 = \pi r^2 \cdot N = 3,14 \cdot 7,5^2 \cdot 600 = 1059375 \text{ cm}^3$
 $V_{200} = 200 \cdot V_1 = 211875000 \text{ cm}^3$
 $\approx 211,2 \text{ m}^3$
 O: Bude zapotřebí 211,2 m³.

- 4) Sloup na lepení plakátů má průměr 2 m a výšku 3 m. Je na něm nalepen plakát ve tvaru obdélníku o rozměrech 50 cm a 80 cm. Kolik volné, tedy nepolepené plochy z pláště sloupu zbývá?



$S_{pl} = \pi d \cdot N = 3,14 \cdot 2 \cdot 3 = 18,84 \text{ m}^2$
 $S_D = 50 \cdot 80 = 4000 \text{ cm}^2 = 40 \text{ dm}^2 = 0,4 \text{ m}^2$
 $S_u = S_{pl} - S_D = 18,84 - 0,4 = 18,44 \text{ m}^2$
 O: Nepolepená plocha je 18,44 m².

- 5) Jak velkou plochu jsme uválcovali válcem o průměru 40 cm a šířce 1,5 m, když se válec otočil celkem 20krát?



$d = 40 \text{ cm} \rightarrow r = 20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}$
 $N = 1,5 \text{ m} = 15 \text{ dm}$
 $S_{pl} = 2\pi r \cdot N = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 15 = 188,4 \text{ dm}^2$
 $S_u = 20 \cdot S_{pl} = 3768 \text{ dm}^2 = 37,68 \text{ m}^2$
 O: Uválcovali jsme 37,68 m².

- 6) Kolik plechu je potřeba na výrobu sudu tvaru válce vysokého 100 cm o průměru podstavy 60 cm? Kolik se do tohoto sudu vejde vody? (sud má víko).



$N = 100 \text{ cm} = 10 \text{ dm}$
 $d = 60 \text{ cm} \rightarrow r = 30 \text{ cm} = 3 \text{ dm}$
 $V = \pi r^2 \cdot N = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 10 = 282,6 \text{ dm}^3 = 282,6 \text{ l}$
 $S = 2\pi r \cdot (r + N) = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot (3 + 10) = 244,92 \text{ dm}^2$
 O: Na sud s objemem 282,6 l potřebujeme 244,92 dm² plechu.